习题课（枚举）

TEACHING COURSEWARE POWPOINT

授课时间：2025.07.26

目录

01

题目描述

TEACHING
COURSEWARE

TEACH

题目描述

题目描述

Farmer John 最近为奶牛们的图书馆添置了一个巨大的书架，尽管它是如此的大，但它还是几乎瞬间就被各种各样的书塞满了。现在，只有书架的顶上还留有一点空间。所有 $N(1 \leq N \leq 20)$ 头奶牛都有一个确定的身高 $H_i(1 \leq H_i \leq 1,000,000$（好高的奶牛 >_<）$)$。设所有奶牛身高的和为 S。书架的高度为 B，并且保证 $1 \leq B \leq S$。为了够到比最高的那头奶牛还要高的书架顶，奶牛们不得不象演杂技一般，一头站在另一头的背上，叠成一座“奶牛塔”。当然，这个塔的高度，就是塔中所有奶牛的身高之和。为了往书架顶上放东西，所有奶牛的身高和必须不小于书架的高度。塔叠得越高便越不稳定，于是奶牛们希望找到一种方案，使得叠出的塔在高度不小于书架高度的情况下，高度尽可能小。你也可以猜到你的任务了：写一个程序，计算奶牛们叠成的塔在满足要求的情况下，最少要比书架高多少。

输入格式

第 1 行：2 个用空格隔开的整数：N 和 B。

第 $2 \sim N+1$ 行：第 $i+1$ 行是 1 个整数：H_i。

输出格式

第 1 行: 输出 1 个非负整数，即奶牛们叠成的塔最少比书架高的高度。

题目描述

输入样例：

```
5 16
3
1
3
5
6
```

输出样例：

```
1
```

说明/提示

输出说明：

我们选用奶牛 1、3、4、5 叠成塔，她们的总高度为 $3+3+5+6=17$。任何方案都无法叠出高度为 16 的塔，于是答案为 1。

02

知识回归

TEACHING
COURSEWARE

TEACH

知识回归

1. 核心思想

当需要枚举“n个元素中所有可能的选择组合”（如选0个、1个、...、n个元素）时，可用n位二进制数表示一种组合：

03

题目解答

TEACHING
COURSEWARE

TEACH

题目解答

有 n ≤ 20 头奶牛，每头身高 h[i]。
需要选若干头奶牛叠成“奶牛塔”，使它们的身高和 sum ≥ B，并且在所有满足条件的方案里让 sum 最小。
输出最小 sum − B（即最少比书架高多少）。

数据范围 n ≤ 20 ⇒ 子集数量 2^20 ≈ 1e6，暴力可过。
用 二进制枚举（bitmask）枚举所有非空子集即可。
复杂度：O(2^n · n) ≈ 2e7，毫无压力。

mask 从 1 到 (1<<n)-1，共 2^n-1 种。
每个 mask 的二进制第 i 位为 1 表示选第 i 头奶牛。
计算该子集身高和 sum，若 sum ≥ B，则更新全局最小值 Min = min(Min, sum − B

04

标准程序

TEACHING
COURSEWARE

TEACH

标准程序


```cpp
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
int h[25];
int main() {
    int n, B;
     cin >> n >> B;
    for (int i = 0; i < n; ++i) cin >> h[i];

    int Min = INT_MAX;           // 最小超出的高度
    for (int mask = 1; mask < (1 << n); ++mask) {
        int sum = 0;
        for (int i = 0; i < n; ++i)
            if (mask >> i & 1) sum += h[i];   // 选中的牛累加身高

        if (sum >= B) Min = min(Min, sum - B);
    }

    cout << Min << '\n';
    return 0;
}
```