

差分

T E A C H I N G C O U R S E W A R E P O W P O I N T

授课时间：2025.07.28

目录

● PART-01 概念引入 TEACHING COURSEWARE

● PART-02 概念分析 TEACHING COURSEWARE

● PART-03 经典例题 TEACHING COURSEWARE

● PART-04 教学反思 TEACHING COURSEWARE

01

概念引入

TEACHING
COURSEWARE

TEACH



概念引入

定义差分数组, $d[i] = a[i] - a[i-1]$

差分数组: $(d[1..n])$, 其中 $d[1] = a[1]$

且对 $i > 1$ 有 $d[i] = a[i] - a[i-1]$ (当前元素与前一个元素的差值)

02

概念分析

TEACHING
COURSEWARE

TEACH



概念分析

证明

核心结论：对原数组 a 的差分数组 d 求前缀和，结果等于原数组 a

设差分数组 d 的前缀和数组为 s_d ，即： $s_d[i] = d[1] + d[2] + \dots + d[i]$

根据差分数组的定义展开：

$$d[1] = a[1]$$

$$d[2] = a[2] - a[1]$$

$$d[3] = a[3] - a[2]$$

...

$$d[i] = a[i] - a[i-1]$$

将这些代入 $s_d[i]$ 的表达式： $s_d[i] = d[1] + d[2] + \dots + d[i]$

$$a[1] + (a[2] - a[1]) + (a[3] - a[2]) + \dots + (a[i] - a[i-1])$$

观察可知，中间项会相互抵消（ $-a[1]$ 与 $+a[1]$ ， $-a[2]$ 与 $+a[2]$ 等），最终剩余： $s_d[i] = a[i]$

即：差分数组的前缀和 = 原数组。

03

经典例题

TEACHING
COURSEWARE

TEACH



经典例题

题目描述

语文老师总是写错成绩，所以当她在修改成绩的时候，总是累得不行。她总是要一遍遍地给某些同学增加分数，又要注意最低分是多少。你能帮帮她吗？

输入格式

第一行有两个整数 n , p , 代表学生数与增加分数的次数。

第二行有 n 个数, $a_1 \sim a_n$, 代表各个学生的初始成绩。

接下来 p 行, 每行有三个数, x, y, z , 代表给第 x 个到第 y 个学生每人增加 z 分。

输出格式

输出仅一行, 代表更改分数后, 全班的最低分。



经典例题

输入样例：

3 2
1 1 1
1 2 1
2 3 1

输出样例：

2

说明/提示

对于 40% 的数据，有 $n \leq 10^3$ 。

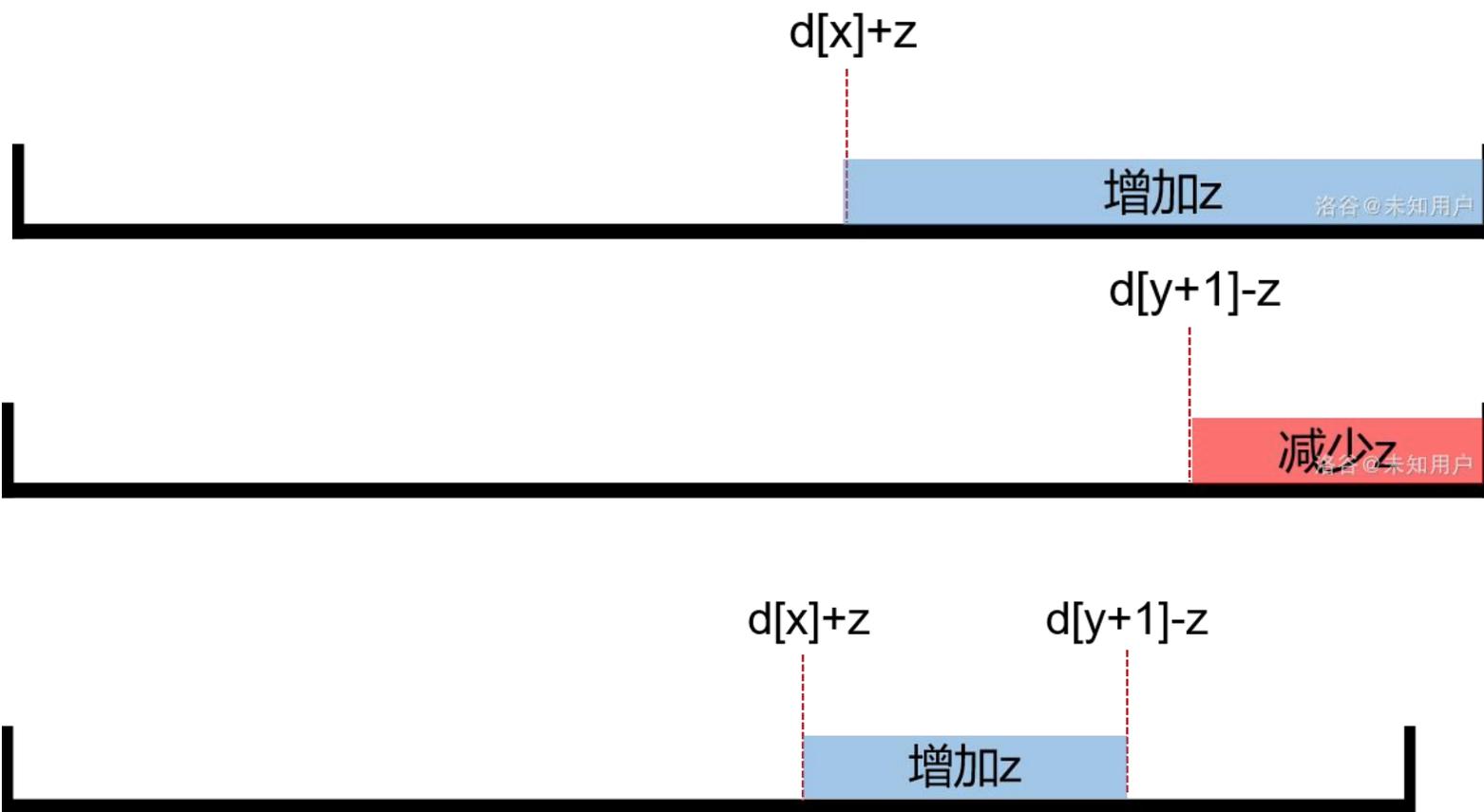
对于 60% 的数据，有 $n \leq 10^4$ 。

对于 80% 的数据，有 $n \leq 10^5$ 。

对于 100% 的数据，有 $n \leq 5 \times 10^6$ ， $p \leq n$ ，学生初始成绩 ≤ 100 ， $z \leq 100$ 。



经典例题



标准程序

```
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;
// d[i]用于存储差分数组, 表示a[i]与a[i-1]的差值
int d[5000005];
// a数组用于存储原始数据及最终结果
int a[5000005];
int main()
{
    int n,p,x,y,z,i,Min=1e9; // Min用于记录最小值, 初始化为一个较大的数
    cin>>n>>p; // 输入n (数据个数) 和p (操作次数)
    // 输入原始数组a的数据
    for(i=1;i<=n;i++)
    {
        cin>>a[i];
    }
    // 构建差分数组d
    // d[i] = a[i] - a[i-1], 其中a[0]默认为0
    for(i=1;i<=n;i++)
    {
        d[i]=a[i]-a[i-1];
    }
}
```

标准程序

```
// 处理p次区间更新操作
for(i=0;i<p;i++)
{
    cin>>x>>y>>z; // 输入区间[x,y]和要增加的值z
    d[x]+=z;       // 差分数组左端点+x
    d[y+1]-=z;    // 差分数组右端点后一位-z
}
// 通过差分数组重构a数组, 并寻找最小值
for(i=1;i<=n;i++)
{
    a[i] = a[i-1] + d[i]; // 前缀和计算, 恢复原数组
    if(Min > a[i])        // 更新最小值
    {
        Min = a[i];
    }
}
cout<<Min; // 输出最小值
return 0;
}
```

04

Q&A

TEACHING
COURSEWARE

TEACH



Q&A

Q: 差分的核心结论是什么

Q: 如果对区间内的某一段数加1, 如何操作