

图论基础

T E A C H I N G C O U R S E W A R E P O W P O I N T

授课时间：2025.08.16

目录

● PART-01 概念引入 TEACHING COURSEWARE

● PART-02 教学设计 TEACHING COURSEWARE

● PART-03 教学过程 TEACHING COURSEWARE

● PART-04 教学反思 TEACHING COURSEWARE

01

概念引入

TEACHING
COURSEWARE

TEACH



图 (Graph)

是由若干给定的**顶点**及连接两顶点的**边**所构成的图形，这种图形通常用来描述某些事物之间的某种特定**关系**。顶点用于代表**事物**，连接两顶点的边则用于表示两个事物间具有这种**关系**。

02

概念

TEACHING
COURSEWARE

TEACH

顶点 (Vertex, 也叫 “节点” Node)

核心作用：图的 “基本单元”，用来代表现实中的 “事物”
(对应定义里的 “事物”)。

具象例子：

“人” “城市” “步骤”。

符号与表示：

画图时常用 “圆圈 + 字母 / 数字” 表示 (比如用 V_1 、 V_2 、 A 、 B 标记)；

数学上，图的所有顶点构成 “顶点集”，记为 V (比如 $V = \{V_1, V_2, V_3\}$)。(了解)

关键注意：顶点可以单独存在，图的核心价值需要边来体现。

边 (Edge)

核心作用：连接两个顶点的“桥梁”，用来表示顶点（事物）之间的“特定关系”（对应定义里的“关系”）。

具象例子：

朋友 公路

符号与表示：

画图时常用“线段”连接两个顶点；

数学上，图的所有边构成“边集”，记为 E （比如 $E = \{(V_1, V_2), (V_2, V_3)\}$ ）；（了解）

边必须依附于顶点存在：没有顶点的边不存在，一条边至少连接 1 个顶点（比如“自环边”，顶点自己连自己，比如“一个人给自己发消息”）



概念（实例）



概念

有向 无向

所有公路都能双向开车吗

1. 无向图 (Undirected Graph) : 对应 “双向公路”

定义: 边 (公路) 没有方向, 两个顶点 (城市) 之间能 “双向通行”。

高速

图示与符号: 边用 “无箭头的线段” 表示

2. 有向图 (Directed Graph) : 对应 “单向公路”

定义: 边有方向, 两个顶点之间只能 “单向通行”。

公路例子: “单行道”

图示与符号: 边用 “带箭头的线段” 。

有权 无权

无权图 (Unweighted Graph)：只关心“有没有”，不关心“长”

定义：边没有附加数值，只表示“两个城市是否有公路连通”，不体现“公路的长度、时间、过路费”等信息。

比如你只需要知道“从北京能到哪些城市”，不需要知道具体开多久——此时北京—天津、北京—石家庄的边没有区别，都只代表“能到”。

有权图 (Weighted Graph)：关心“具体信息”，边带“权重”

定义：边（公路）会附加一个数值（叫“权重”），用来表示“公路的实际属性”——最常见的就是“公路长度”（如多少公里），也可以是“开车时间”“过路费”等。

公路例子：北京到天津的公路长约 137 公里，北京到石家庄的公路长约 290 公里——在图中，边会标注数值：北京—(137)—天津、北京—(290)—石家庄。

核心：权重的作用是“量化边的属性”——比如你想知道“从北京到哪个城市更近”，看权重就能判断（ $137 < 290$ ，所以北京到天津更近）。



概念

图的类型	对应公路场景	核心特点
无向无权图	只看“能否双向到”，不管距离	边无方向、无数值
无向有权图	看“双向到 + 距离”	边无方向、有数值（如距离）
有向无权图	看“能否单向到”，不管距离	边有方向、无数值
有向有权图	看“单向到 + 距离”	边有方向、有数值（如距离）

自环

定义：一条起点和终点为同一个顶点的边。

示例：顶点 A 有一条边直接连接到自身 ($A \rightarrow A$)。

重边

定义：两个相同顶点之间存在多条性质相同的边（无向图中为 A-B 多条；有向图中为 $A \rightarrow B$ 多条）。

示例：顶点 A 和 B 之间有 3 条无向边，或 2 条从 A 指向 B 的有向边。

简单图

定义：既不含自环，也不含重边的图，是算法竞赛中最常见的图结构

核心特征：任意两点间最多 1 条边，且无顶点连接自身

03

连通性

TEACHING
COURSEWARE

TEACH



连通性

连通的定义（无向图）

如果无向图中，任意两个不同的顶点之间，都能通过一系列双向边到达，那这个图就是“连通图”；反之，若存在两个顶点完全走不通，就是“非连通图”。

有向图连通：

有向图的边是单向公路——此时“到达”不再是双向的，所以需要更严格的“连通”定义。

任意点可以到任意点

04

度

TEACHING
COURSEWARE

TEACH

度

在图论中，“度”（Degree）是描述顶点与边连接关系的核心量化指标，其定义需严格区分无向图与有向图

无向图的边没有方向 因此 “度” 的定义很直接：
一个顶点的度 = 与该顶点直接相连的边的数量。

无向图中，所有顶点的度之和 = 边数 \times 2

“入度”与“出度”有向图的边有方向（比如“单向”，只能从A到B，因此“度”需要分成两种：从顶点“出去”的连接，和从其他顶点“进来”的连接，对应“出度”和“入度”。

出度 (Out-degree)

定义：从该顶点出发、指向其他顶点的边的数量。

入度 (In-degree)

定义：从其他顶点出发、指向该顶点的边的数量。

有向图中，所有顶点的出度之和 = 所有顶点的入度之和 = 边数。

原因：每条有向边只有一个“起点”和一个“终点”，因此总出度、总入度都等于边数。



题目

有 10 个顶点的无向图至少应该有 () 条边才能确保是一个连通图。

- A. 9
- B. 10
- C. 11
- D. 12



在无向图中，所有顶点的度数之和等于（ ）。

- A. 图的边数
- B. 图的边数的两倍
- C. 图的顶点数
- D. 图的顶点数的两倍



题目

G 是一个非连通无向图（没有重边和自环），共有 28 条边，则该图至少有（）个顶点。

- A. 10
- B. 9
- C. 11
- D. 8