递归习题

TEACHING COURSEWARE POWPOINT

授课时间：2025.08.01

目录

PART-01 题目描述 TEACHING COURSEWARE

PART-02 概念分析 TEACHING COURSEWARE

PART-03 经典例题 TEACHING COURSEWARE

PART-04 教学反思 TEACHING COURSEWARE

01

题目描述

TEACHING
COURSEWARE

TEACH

题目描述

题目描述

实现一个递归函数 $w(a, b, c)$，其计算规则如下：

1. 如果 $a \leq 0$ 或 $b \leq 0$ 或 $c \leq 0$，返回 1；
2. 如果 $a < b$ 并且 $b < c$，返回 $w(a, b, c-1) + w(a, b-1, c-1) - w(a, b-1, c)$；
3. 其他情况，返回 $w(a-1, b, c) + w(a-1, b-1, c) + w(a-1, b, c-1) - w(a-1, b-1, c-1)$。

给定一组整数 a, b, c，满足：

- 输入仅包含一组测试用例；
- a, b, c 均为小于 10 的非负整数（即 $0 \leq a, b, c <= 10$）。

请根据上述规则计算 $w(a, b, c)$ 的值并输出。

输入格式

一行，包含三个整数 a, b, c，用空格分隔。

输出格式

一行，格式为：`w(a, b, c) = ans`，其中 `ans` 为计算结果。

输入样例

```
1 1 1
```

Copy

输出样例

```
w(1, 1, 1) = 2
```

Copy

提示

- 本题仅需处理一组测试用例，且输入范围被严格限制在 $[0, 10]$，直接按照递归定义实现即可。
- 注意判断条件的优先级：先判断是否满足规则1，再判断规则2，最后执行规则3。

02

知识回归

TEACHING
COURSEWARE

TEACH

知识回归

递归的概念
递归（Recursion）是一种算法思想，指函数通过调用自身来解决问题的方式。其核心是将一个复杂问题分解为与原问题结构相同但规模更小的子问题，直到子问题小到可以直接解决。
递归必须满足两个要素：
基准情况：存在至少一种无需递归就能直接解决的情况（终止条件），避免无限递归。

03

题目解答

TEACHING
COURSEWARE

TEACH

题目解答

递归函数逻辑：

规则 1：当 a、b、c 中任意一个小于等于 0 时，直接返回 1。这是递归的终止条件之一，用来处理最基础的简单情况。例如，当 a 为 0 时，不管 b 和 c 是什么，函数结果都是 1。

规则 2：当 a < b 并且 b < c 时，返回 w(a, b, c - 1) + w(a, b - 1, c - 1) - w(a, b - 1, c)。这里是一种特定条件下的递归组合，通过对 c 减 1 以及对 b 减 1 等操作，将问题分解为更小的子问题，然后根据这些子问题的结果计算当前问题的结果。

规则 3：在不满足规则 1 和规则 2 的其他情况下，返回 w(a - 1, b, c) + w(a - 1, b - 1, c) + w(a - 1, b, c - 1) - w(a - 1, b - 1, c - 1)。同样是把当前的 a、b、c 相关的问题，通过让 a、b、c 分别减 1 等方式，拆分成几个子问题，再利用子问题结果计算当前结果。

04

标准程序

TEACHING
COURSEWARE

TEACH

标准程序


```cpp
#include <iostream>
using namespace std;

// 递归实现题目要求的函数 w(a, b, c)
long long w(int a, int b, int c) {
    // 规则 1：如果 a <= 0 或 b <= 0 或 c <= 0，返回 1
    if (a <= 0 || b <= 0 || c <= 0) {
        return 1;
    }
    // 规则 2：如果 a < b 并且 b < c，返回 w(a, b, c - 1) + w(a, b - 1, c - 1) - w(a, b - 1, c)
    else if (a < b && b < c) {
        return w(a, b, c - 1) + w(a, b - 1, c - 1) - w(a, b - 1, c);
    }
    // 规则 3：其他情况，返回 w(a - 1, b, c) + w(a - 1, b - 1, c) + w(a - 1, b, c - 1) - w(a - 1, b - 1, c - 1)
    else {
        return w(a - 1, b, c) + w(a - 1, b - 1, c) + w(a - 1, b, c - 1) - w(a - 1, b - 1, c - 1);
    }
}

int main() {
    int a, b, c;
    // 输入三个整数 a, b, c
    cin >> a >> b >> c;
    // 计算并按照要求格式输出结果
    cout << "w(" << a << ", " << b << ", " << c << ") = " << w(a, b, c) << endl;
    return 0;
}
```

爬楼梯

说明

树老师爬楼梯，他可以每次走1级或者2级，输入楼梯的级数，求不同的走法数。
例如：楼梯一共有3级，他可以每次都走一级，或者第一次走一级，第二次走两级，也可以第一次走两级，第二次走一级，一共3种方法。

输入格式

输入包含若干行，每行包含一个正整数N，代表楼梯级数，$1 \leq N \leq 30$。

输出格式

不同的走法数，每一行输入对应一行输出。

样例

输入数据 1

Copy

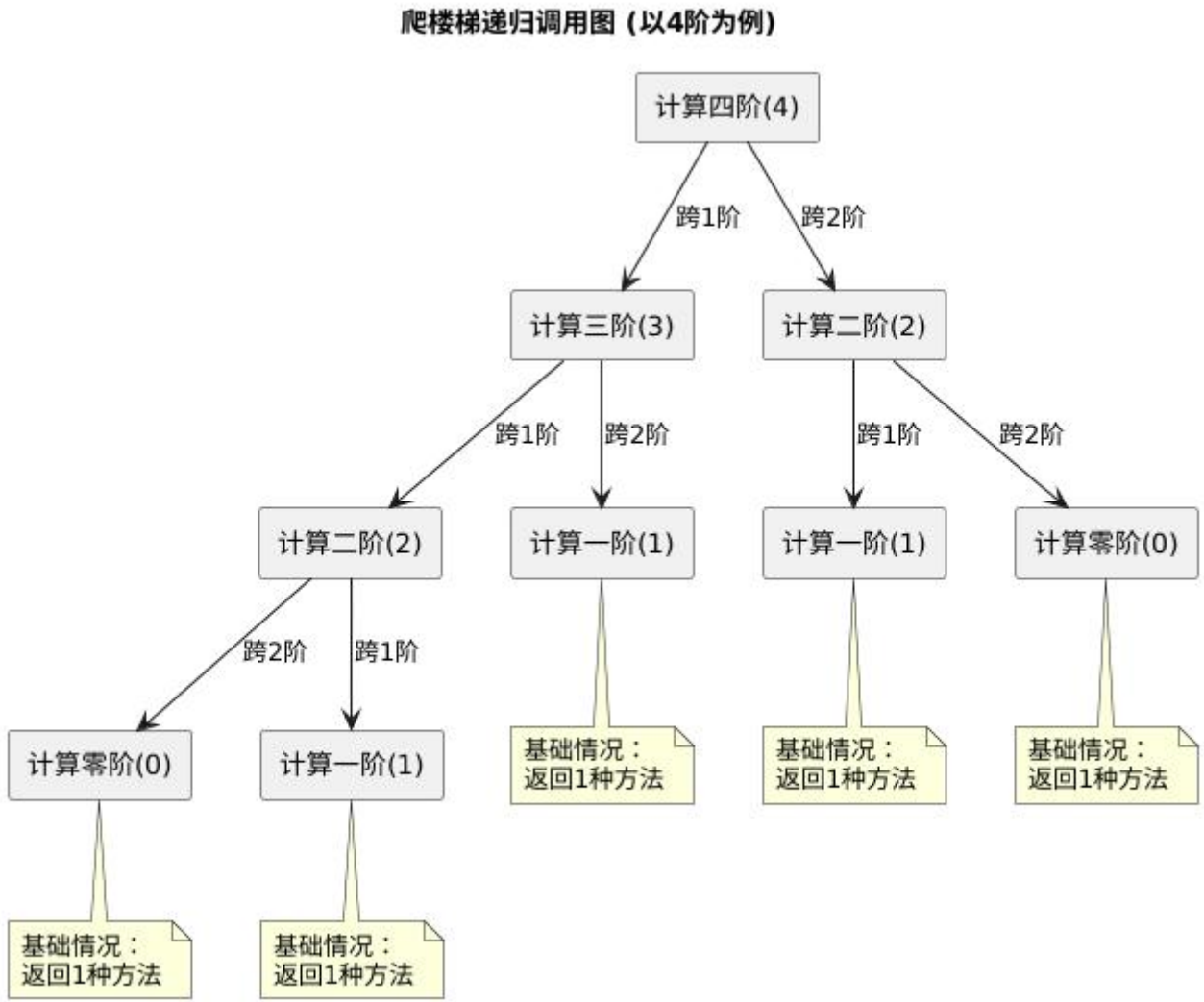
```
5
8
10
```

输出数据 1

Copy

```
8
34
89
```

爬楼梯


爬楼梯递归调用图（以4阶为例）
计算四阶(4)
跨1阶
跨2阶
计算三阶(3)
计算二阶(2)
跨1阶
跨2阶
跨1阶
跨2阶
计算二阶(2)
计算一阶(1)
计算一阶(1)
计算零阶(0)
跨2阶
跨1阶
计算零阶(0)
计算一阶(1)
基础情况：
返回1种方法
基础情况：
返回1种方法
基础情况：
返回1种方法
基础情况：
返回1种方法
基础情况：
返回1种方法

爬楼梯


```cpp
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;
int a[35];
// 递归函数 f，用于计算爬 n 级楼梯的不同走法数
int f(int n) {
    // 如果 a[n] 不等于 0，说明该值已经计算过，直接返回存储的结果，避免重复计算
    if (a[n] != 0) return a[n];
    else {
        // 如果 a[n] 为 0，说明还未计算过
        // 根据递推关系，爬 n 级楼梯的走法数等于爬 n - 1 级和 n - 2 级楼梯走法数之和
        a[n] = f(n - 1) + f(n - 2);
        // 返回计算得到的爬 n 级楼梯的走法数
        return a[n];
    }
}
int main() {
    // 初始化
    a[1] = 1;
    // 初始化
    a[2] = 2;
    int n;
    while (cin >> n) {
        // 调用 f 函数计算并输出爬 n 级楼梯的不同走法数
        cout << f(n) << endl;
    }
    return 0;
}
```