

SCP-S 模拟赛

日记和最短路

题目背景

走路的时候，日记非常喜欢用各种奇怪的方式衡量自己这次走路的效率。

题目描述

日记所在的城市有 n 个路口和 m 条连接两个路口的单向道路，且任何两个路口互相（直接或间接）可达。每条道路从第 u_i 个路口通向第 v_i 个路口，且名为 w_i 。不知道为什么，日记离开一个路口就不能再回去了（也就是说图无环）。

从一个路口到另一个路口可能有很多种路径。一条路径的权值为这条路径经过的每条道路的名字依次相连，例如依次经过道路“awa”“qwq”“ovo”的路径的权值 p 为“awaqwqovo”。

- 有的时候，日记觉得更短的路更优秀，因此她最喜欢走权值 p 的长度最短的路径。如果有多条路径具有相同的权值长度，她会优先走权值的字典序最小的那条。
- 有的时候，日记又会觉得权值更小的路更优秀，因此她会直接优先走权值字典序最小的路径。

对于两个字符串 s, t ，我们称 s 的字典序比 t 小，当且仅当 $\exists i \in [1, \max(|s|, |t|)]$ 满足 $s_1 = t_1, s_2 = t_2, \dots, s_{i-1} = t_{i-1}, s_i < t_i$ 。对于一个 $i > |s|$ ，定义 $s_i = 0$ ，其中字符 0 小于任何其它字符。

日记只会从自己的家所在路口（路口 1）出发，并去向第 n 个路口。日记想知道，在上述两种情况下，她会优先走的那条路径的权值是什么。你能帮帮她吗？

形式化题意

日记所在城市的路口和道路可以分别抽象为点集 $V = [1, n] \cap \mathbb{N}$ 和边集 $E = \{(u_1, v_1), (u_2, v_2), \dots, (u_m, v_m)\}$ ，它们组成有向无环图 $G(V, E)$ 。每条边 $(u_i, v_i) \in E$ 均有一个字符串权 w_i 。

定义一条路径为有序 $k (k \geq 1)$ 元组 $(a_1, a_2, \dots, a_k)$ ，满足 $\forall 1 \leq i < k$ ，有 $v_{a_i} = u_{a_{i+1}}$ 。定义一条路径 $(a_1, a_2, \dots, a_k)$ 的权值为 $w_{a_1}, w_{a_2}, \dots, w_{a_k}$ 顺次连接的结果。

请求出在以下两种情况下点 1 到点 n 的最小权路径。

- 对于两个字符串 s, t ， $s < t$ 当且仅当 $|s| < |t| \vee (|s| = |t| \wedge (\exists i \in [1, \max(|s|, |t|)] \text{ s.t. } s_1 = t_1, s_2 = t_2, \dots, s_{i-1} = t_{i-1}, s_i < t_i))$ 。
- 对于两个字符串 s, t ， $s < t$ 当且仅当 $\exists i \in [1, \max(|s|, |t|)]$ s.t. $s_1 = t_1, s_2 = t_2, \dots, s_{i-1} = t_{i-1}, s_i < t_i$ 。

额外定义，对于字符串 s 和整数 $i > |s|$ ， $s_i = 0$ ，其中 0 小于任何其它字符。

输入格式

第 1 行，输入 3 个正整数 n, m 。

接下来 m 行，每行输入 2 个正整数 u_i, v_i 和 1 个只包含小写字母的字符串 w_i 。

输出格式

输出 1 行 2 个字符串，分别代表在情况 1 和 2 时日记会优先走的路径的权值。数据保证，一定存在一条路径使得路口 1 能够到达路口 n 。

样例

输入样例 1

```
4 6
1 2 aa
1 3 b
1 4 c
2 3 d
2 4 dd
3 4 c
```

输出样例 1

```
c aadc
```

说明 / 提示

本题设置 25 个测试点，每个测试点 4 分。同时，每个测试点满足一些限制，见下：

测试点编号	$n \leq$	$m \leq$	特殊性质
1	10	50	r
2	10	50	r
3	100	1000	r
4	100	1000	r
5	2000	4000	g
6	2000	4000	g
7	2000	4000	g
8	2000	10^4	r
9	2000	10^4	
10	2000	10^4	
11	10^5	2×10^5	g
12	10^5	2×10^5	g

测试点编号	$n \leq$	$m \leq$	特殊性质
13	10^5	2×10^5	g
14	10^5	5×10^5	s(1)
15	10^5	5×10^5	s(1)
16	10^5	5×10^5	s(1)
17	10^5	5×10^5	s(1)
18	10^5	5×10^5	s(2)
19	10^5	5×10^5	s(2)
20	10^5	5×10^5	s(2)
21	10^5	5×10^5	s(2)
22	10^5	5×10^5	r
23	10^5	5×10^5	r
24	10^5	5×10^5	
25	10^5	5×10^5	

特别地，特殊性质 g 代表：图为网格图；s(x) 代表：每条边的名（边权） w_i 均满足 $|w_i| = x$ ；r 代表：数据随机生成。

网格图生成：设网格图尺寸为 $x \times y (xy = n)$ ，则网格图上每个节点 (i, j) 向 $(i + 1, j)$ 及 $(i, j + 1)$ 连边（若其存在）。之后，将每个坐标映射为一个路口，保证 $(1, 1)$ 处映射为路口 1， (x, y) 处映射为路口 n 。额外保证 $|w_i| = 1$ 。

随机生成：先随机生成一个以 1 为根的叶向树，即 i 的父亲在 $[1, i - 1]$ 中等概率随机选取，并从每个节点的父亲向其连边；再随机生成 $m - n + 1$ 条边：先随机取一个深度不最大的节点 u ，再随机取一个深度严格大于它的点 v ，并连边 (u, v) 。额外保证 $|w_i| \leq 4$ ，并先等概率选取某个长度，再等概率选取该长度的一个合法字符串。

对全部数据，有 $1 \leq n \leq 10^5, n - 1 \leq m \leq 5 \times 10^5, |w_i| \leq 10^5, \sum |w_i| \leq 2 \times 10^6$ 。

时间限制 2s，空间限制 256 MiB。

日记和欧拉函数

题目背景

数论中，有一个很重要的函数： φ 。其定义为： $\varphi(x) = \sum_{i=1}^x [\gcd(i, x) = 1]$ ，也就是 $\leq x$ 的正整数当中与 x 互质的数的个数。显然，除 1 以外，每个正整数 x 都满足 $\varphi(x) < x$ 。

数论中，又有一种迭代函数：我们称 $f^{(k)}(x) = f(\dots f(x))$ ，恰好有 k 个 f 。特别地， $k \leq 0$ 时，定义 $f^{(k)}(x) = x$ 。

日记想要把它们结合起来。

题目描述

日记认为， φ 函数不够美观。因此，日记定义了 $f(x) = \varphi^{(m(x)-B)}(x)$ ，其中 B 为一个常数， $m(x) = \max_{i=1}^x \varphi(i)$ 。

日记知道，有一种科技可以快速求出 φ 函数的区间和（即， $\sum_{i=L}^R \varphi(i)$ ）。所以，她认定，也有一种科技可以快速求出 f 函数的区间和（即， $\sum_{i=L}^R f(i)$ ）。但她太菜了，并不会这种科技。所以，她想请你帮个忙。

简要题意：先给定常数 B, T ，并给定 T 组 L, R ，求 $\sum_{i=L}^R \varphi^{(\max_{j=1}^i \varphi(j)-B)}(i)$ 。

日记不会这种科技，数据怎么造的？

日记：暴力啊，但是你的程序只有 1s 的时间喵 /mgx

输入输出格式

第 1 行，2 个非负整数 T, B ，代表数据组数和常数。

接下来 T 行，每行 2 个正整数 L, R ，代表你要求出 $\sum_{i=L}^R f(i)$ 的值。

输出格式

T 行，每行 1 个正整数，代表答案。请注意，你可能需要 C++ 内置整型以外的类型来存储答案。

样例

输入样例 1

```
5 4
1 3
2 4
3 5
4 6
5 7
```

输出样例 1

```
6
9
12
15
13
```

说明 / 提示

本题设置 25 个测试点，每个测试点 4 分。同时，每个测试点满足一些限制，见下：

测试点编号	$T =$	$R \leq$	B
1	3	10	
2	20	10	
3	3	100	
4	20	100	
5	10^5	100	
6	3	10^3	
7	20	10^3	
8	10^5	10^3	
9	3	3×10^4	
10	20	3×10^4	
11	10^5	3×10^4	
12	10^5	3×10^4	
13	10^5	3×10^4	
14	3	10^6	
15	20	10^6	
16	10^5	10^6	
17	10^5	10^6	
18	10^5	10^6	
19	3	10^9	
20	20	10^9	
21	10^5	10^9	$= 0$
22	10^5	10^9	$= 10^9$
23	10^5	10^9	
24	10^5	10^9	
25	10^5	10^9	

对全部数据，保证 $1 \leq T \leq 10^5$, $1 \leq L \leq R \leq 10^9$, $0 \leq B \leq 10^9$ 。

时间限制 1s，空间限制 1024 MiB。

日记和二叉搜索树

题目背景

日记今天学习了二叉搜索树。二叉搜索树上，对于一个节点，它的左子树上每个点的点权都小于它的点权，它的右子树上每个点的点权都大于它的点权。

题目描述

日记很喜欢二叉搜索树，所以她想把这种性质扩展到一般的树上。

现有一棵以节点 1 为根的树，她给树上每一个节点钦定了一个不同的点权 w_i 。

她认为一对节点 (u, v) 是好的，当且仅当 $w_u < w_{\text{lca}(u, v)} < w_v$ ，其中 $\text{lca}(u, v)$ 为 u, v 的最近公共祖先。

现在，她想让这棵树尽可能的好，也就是让好的节点对数最多。

额外地，她认为排列是美观的，因此她要求点权 w_i 构成一个 $1 \sim n$ 的排列。

请输出好的节点对数的最大值。

输入格式

第 1 行，1 个正整数 n ，代表树有 n 个节点。

接下来 $(n - 1)$ 行，每行 2 个正整数 u, v ，代表树上有一条连接 (u, v) 的边。

保证输入构成一棵树。

输出格式

输出 1 行 1 个非负整数，为好的节点对数的最大值。

样例

输入样例 1

```
5
1 2
2 3
1 4
4 5
```

输出样例 1

```
4
```

输入样例 2

6
1 2
2 3
2 4
1 5
5 6

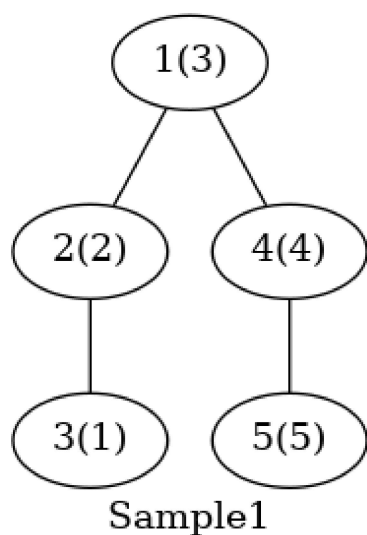
输出样例 2

7

说明 / 提示

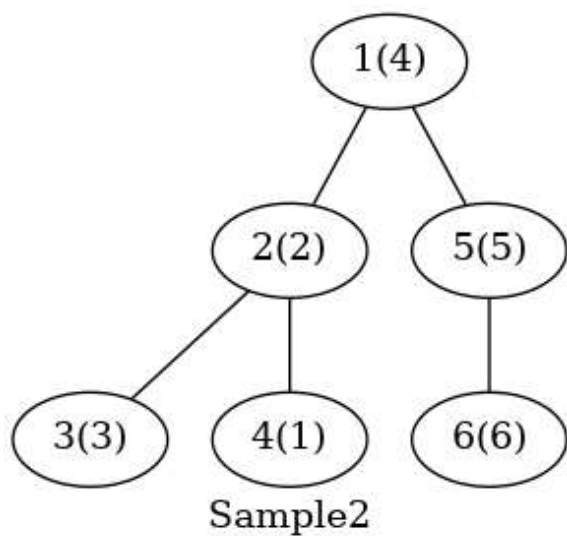
样例解释

对于样例 1，此处给出一种存在 4 对好的节点的构造，其中括号前的数为节点编号，括号内的数为权值 w_i ：



可以证明，不存在一种构造使得好的节点的对数 > 4 。

样例 2 的一种构造：



数据范围

本题设置 50 个测试点，每个测试点 2 分。我们称一个测试点的 id 为其编号 mod 25。同时，每个测试点满足一些限制，见下：

id	$n \leq$	特殊性质
1	10	r
2	10	
3	5000	r
4	5000	r
5	5000	
6	5000	
7	5000	
8	3×10^4	r
9	3×10^4	r
10	3×10^4	
11	3×10^4	
12	3×10^4	
13	10^6	s(1)
14	10^6	s(1)
15	10^6	s(2)
16	10^6	s(2)
17	10^6	s(3)
18	10^6	s(3)
19	10^6	s(4)

id	$n \leq$	特殊性质
20	10^6	s(4)
21	10^6	h(10)
22	10^6	h(10)
23	10^6	r
24	10^6	
0	10^6	

特别地，特殊性质 $s(x)$ 代表：对每个节点，其儿子节点个数不超过 x ； $h(x)$ 代表：若钦定根节点深度为 1，每个节点的深度为其父节点深度 +1，则节点的深度最大值不超过 x ； r 代表：数据随机生成，即 i 的父亲在 $[1, i - 1]$ 中等概率随机选取。

对全部数据，有 $1 \leq n \leq 10^6$ 。

时间限制 2s，空间限制 512 MiB。

日记和编辑器

题目背景

日记非常喜欢用记事本写代码。但是，由于记事本的性能优化很差，她的电脑经常卡死。所以她希望实现一个负载计算器来分析电脑为什么会卡死。

题目描述

日记使用的编程语言是 Neko Lang，这是一种只使用小写字母的编程语言。语言中有一个模式串 $P = P_1 \dots P_{|P|}$ 。设她当前的字符串为 $S = S_1 \dots S_{|S|}$ ，她只进行五种操作：

操作的参数中，除 s, c 外均为非负整数，而 s 为只包含小写字母的字符串， c 为小写字母。

- Insert $p\ s$ 在第 p 个字符后插入字符串 s ，使 $S \leftarrow S_1 \dots S_p s_1 \dots s_{|s|} S_{p+1} \dots S_{|S|}$ 。若 $p = 0$ 则为在字符串开头插入。
- Delete $l\ r$ 删除第 l 到第 r 个字符，使 $S \leftarrow S_1 \dots S_{l-1} S_{r+1} \dots S_{|S|}$ 。
- Replace $l\ r\ s$ 将第 l 到第 r 个字符替换为字符串 s ，使 $S \leftarrow S_1 \dots S_{l-1} s_1 \dots s_{|s|} S_{r+1} \dots S_{|S|}$ 。
- Count $l\ r\ c$ 输出第 l 到第 r 个字符间字母 c 的个数，即 $\sum_{i=l}^r [S_i = c]$ 。
- Search $l\ r$ 输出第 l 到第 r 个字符间模式串 P 的出现次数，即 $\sum_{i=l}^{r-|P|+1} \min_{j=1}^{|P|} [S_{i+j-1} = P_j]$ 。

日记认定，是她使用了太多次查询操作，使得电脑卡死了。所以，你需要帮助日记计算出两种查询操作的结果，这样日记就可以确认自己的想法了。

输入格式

第 1 行，1 个正整数 n 和 1 个字符串 P ，其中 n 为操作次数。

接下来 n 行，每行按上述格式描述一次操作。

输出格式

每次查询操作 1 行，为对应操作的结果。

样例

样例输入 1

```
8 abababc
Insert 0 abababababababab
Search 1 16
Count 1 16 a
Replace 7 8 cabc
Search 1 18
Count 1 18 c
Insert 7 abab
Search 1 14
```

样例输出 1

```
0
8
1
2
2
```

样例输入 2

```
2 ababab
Insert 0 abababababababab
Search 1 16
```

样例输出 2

```
6
```

说明 / 提示

样例解释 1

每个操作结束后，字符串依次为：

abababababababab
abababababababab
abababababababab
abababcababababab
abababcababababab
abababcababababab
abababcababababababab
abababcababababababab

样例解释 2

注意，两个匹配的范围可以重叠。如果你不理解这句话的含义，请仔细阅读题目描述中匹配的形式化定义。

数据范围

本题设置 25 个测试点，每个测试点 4 分。同时，记五种操作的次数依次为 $a_1 \dots a_5$ ，每个测试点满足一些限制，见下：

测试点编号	$n \leq$	a_i
1	10	$a_5 = 0$
2	10	
3	100	$a_2 = a_3 = a_5 = 0$
4	100	$a_5 = 0$
5	100	
6	10^3	$a_2 = a_3 = a_5 = 0$
7	10^3	$a_3 = a_5 = 0$
8	10^3	$a_5 = 0$
9	10^3	
10	10^3	
11	10^4	$a_2 = a_3 = a_5 = 0$
12	10^4	$a_3 = a_5 = 0$
13	10^4	$a_5 = 0$
14	10^4	
15	10^4	
16	10^5	$a_2 = a_3 = a_5 = 0$
17	10^5	$a_3 = a_5 = 0$
18	10^5	$a_3 = a_5 = 0$
19	10^5	$a_5 = 0$
20	10^5	$a_5 = 0$

测试点编号	$n \leq$	a_i
21	10^5	$a_5 \leq 10$
22	10^5	$a_5 \leq 100$
23	10^5	
24	10^5	
25	10^5	

对全部数据，保证 $1 \leq n \leq 10^5, |s| \leq 10^5, \sum |s| \leq 10n, |P| \leq 20$ 。

时间限制 6s，空间限制 1024 MiB。